Esercizi di esame su specifiche e sistemi di riscrittura

Esercizio 1. Considerare la seguente segnatura per i numeri interi
una sort Z, una costante $0 : Z$, tre operazioni unarie $succ, pred, - : Z \to Z$.
Dare una specifica equazionale SP_Z (dovrebbero bastare 5 equazioni) il cui modello iniziale sia dato (a meno di isomorfismi) agli interi con la ovvia interpretazione delle operazioni.
Orientare le equazioni di SP_Z in modo da ottenere un sistema di riscrittura. Dire se in tale sistema ci sono coppie critiche. Che cosa potete dire sulla terminazione e confluenza (locale) del sistema? (Giustificare brevemente le risposte).

Esercizio 1. Considerare la seguente segnatura per i numeri interi
una sort Z, una costante $0 : Z$, due operazioni unarie $succ, pred : Z \to Z$ ed una binaria $+ : Z, Z \to Z$.
Dare una specifica equazionale SP_Z (dovrebbero bastare 5 equazioni) il cui modello iniziale sia dato (a meno di isomorfismi) agli interi con la ovvia interpretazione delle operazioni.
Orientare le equazioni di SP_Z in modo da ottenere un sistema di riscrittura. Dire se in tale sistema ci sono coppie critiche. Che cosa potete dire sulla terminazione e confluenza (locale) del sistema? [GIUSTIFICARE BREVEMENTE LE RISPOSTE.]

Esercizio 3. Dare la forma esplicita del termine $(\lambda^* x.x\ x\ y)$ della Logica Combinatoria, usando uno degli algoritmi di astrazione visti a lezione.

Esercizio 1. Considerare la seguente specifica equazionale
sort E e B, costanti $a, b : E$ e $0 : B$, una operazione binaria $p : E, B \to B$, ed una equazione $p(a, p(b, x)) = p(b, p(a, x))$.
Dire se come sistema di riscrittura (sostituendo $\to$ ad $=$) e' terminante e/o confluente [GIUSTIFICARE BREVEMENTE LE RISPOSTE]. Descrivere l'insieme dei termini ground di sort B in forma normale.
Si estenda la specifica aggiungendo
una costante $a* : B$, ed una equazione $a* = p(a, a*)$.
Dire che cosa succede alla terminazione, confluenza e all'insieme dei termini ground di sort B in forma normale.

Esercizio 1. Considerare la seguente specifica equazionale
sort E e B, costanti $a, b : E$ e $0 : B$, una operazione binaria $p : E, B \to B$, e le equazioni

$$p(a, p(b, x)) = p(b, p(a, x)) \qquad p(b, p(b, x)) = p(b, x)$$

Dire se come sistema di riscrittura (sostituendo $\to$ ad $=$) e' terminante e/o confluente [GIUSTIFICARE BREVEMENTE LE RISPOSTE]. Descrivere l'insieme dei termini ground di sort B in forma normale.

Altri esercizi su specifiche e sistemi di riscrittura

Per ciascuno dei seguenti sistemi di riscrittura, si idetifichino le coppie critiche, l'insieme dei termini ground in forma normale, e si dica se il sistema e' terminante e/o (localmente) confluente.

ATTENZIONE: non ho verificato se con le tecniche viste a lezione si riesce a rispondere a tutti i quesiti.

1 segnatura $0 : S,\ s : S \to S,\ + : S, S \to S$

- $0 + x = x,\ x + 0 = x,\ (x + y) + z = x + (y + z)$

nel modello iniziale la sort S dovrebbe corrispondere all'insieme delle *foreste ordinate*.

2 come in 1 ed in piu' le equazioni

- $x + x = x,\ x + y = y + x$

nel modello iniziale la sort S dovrebbe corrispondere all'insieme delle *foreste non ordinate*.

3 segnatura $0, * : S,\ s : S \to S,\ + : S, S \to S$

- $s(*) = *,\ x + 0 = x,\ x + (s\ y) = s(x + y),\ x + * = *$

nel modello iniziale la sort S dovrebbe corrispondere all'insieme dei numeri naturali estesi con ∞.

4 si consideri la seguente specifica condizionale:
segnatura $0 : S,\ s : S \to S,\ d : S, S \to S$

- $d(x, x) = x,\ (x \neq y \supset d(x, y) = 0$

Si dia una specifica equazionale che abbia lo stesso modello iniziale, e si studino le proprieta' del corrispondente sistema di riscrittura.

5 segnatura $0 : S,\ s : S \to S,\ d : S, S \to S$

- $d(x, x) = x,\ d(x, d(x, y)) = d(x, y),\ d(0, x) = 0,\ d(x, 0) = 0$